

Anna KHOMA¹
Eberhard MANSKE²

METODY REKONSTRUKCJI POWIERZCHNI Z INTERFEROGRAMU ŚWIATŁA BIAŁEGO BAZUJĄCE NA TRANSFORMACIE HILBERTA

W pracy zaprezentowano oparte na transformacie Hilberta metody rekonstrukcji profilu powierzchni nieliniowej na podstawie interferogramu światła białego. Zbadano dokładność tych metod na przykładzie rekonstrukcji powierzchni kulistej. Badania obejmowały rekonstrukcję powierzchni na podstawie modelu matematycznego interferogramu oraz oszacowanie błędu rekonstrukcji profilu. Największą dokładność uzyskano dla metody estymacji chwilowej fazy interferogramu.

Słowa kluczowe: interferogram światła białego, profil powierzchni nieliniowych, transformata Hilberta, błąd rekonstrukcji profilu

1. Wprowadzenie

Interferometria światła białego (Wight Light Interferometry - WLI) jest wykorzystywana w nauce i technice w wielu zagadnieniach, między innymi do rekonstrukcji topologii lub profilu powierzchni. Do zalet tej technologii należą: brak kontaktu z badanym obiektem, wysoka rozdzielczość, możliwość kontroli powierzchni o charakterze schodkowym [1, 2].

W porównaniu z konwencjonalną interferometrią monochromatyczną obróbka interferogramu światła białego w celu rekonstrukcji topologii powierzchni jest bardziej skomplikowana. Wynika to z wpływu obwiedni na sygnał natężenia światła. Obecnie opracowano szereg metod rekonstrukcji, jednak metody te nie są skuteczne na przykład przy nieliniowym kształcie powierzchni.

W niniejszej pracy zaprezentowano metody rekonstrukcji bazujące na transformacie Hilberta oraz zbadano dokładność rekonstrukcji profilu powierzchni nieliniowych tymi metodami.

¹ Autor do korespondencji: Anna Khoma, Uniwersytet Narodowy „Politechnika Lwowska”, Ukraina, e-mail: avkhoma@gmail.com

² Eberhard Manske, Ilmenau University of Technology, Germany, e-mail: eberhard.manske@tu-ilmenau.de

2. Model matematyczny interferogramu światła białego i zagadnienie rekonstrukcji profilu powierzchni

Interferometry są optycznymi przyrządami wykorzystującymi interferencję do pomiaru wielkości geometrycznych różnych obiektów. Nowoczesne interferometry światła białego, na przykład Talysurf CCI 6000, zapewniają pomiary w osi pionowej z rozdzielczością poniżej 1 Å [2].

Niski poziom korelacji fal światła białego powoduje zanik intensywności prążków na krawędziach obrazu. Taka osobliwość interferogramu WLI z jednej strony jest jego zaletą, pozwalającą na jednoznaczną rekonstrukcję złożonych powierzchni o charakterze schodkowym (w odróżnieniu od monochromatycznej koherentnej interferometrii), z drugiej strony zanik intensywności prążków utrudnia analizę interferogramu [1].

Model matematyczny interferogramu światła białego z wyeliminowaną składową stałą można podać w postaci wyrażenia [1]:

$$I = E(T) \times C(T) = I_M \left[\exp\left(-\frac{4 \cdot \Delta\lambda^2 \cdot T^2}{\lambda_0^4}\right) \right] \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_0} T\right), \quad (1)$$

gdzie: λ_0 i $\Delta\lambda$ – środkowa długość fali i zakres długości fal dla źródła światła białego;

I_M – amplituda natężenia światła; T – optyczna różnica drogi.

Model interferogramu łączy optyczną różnicę drogi T promieni odbitych od badanej i referencyjnej powierzchni z natężeniem pikseli I w każdym punkcie (x, y) interferogramu. Zagadnienie rekonstrukcji polega na wyznaczeniu z równania nieliniowego (1) parametru T , występującego jako argument jednocześnie w funkcjach: obwiedni $E(T)$ o kształcie funkcji Gaussa oraz fali nośnej $C(T)$ w postaci funkcji cosinus.

3. Sygnał analityczny oraz transformata Hilberta

Z punktu widzenia teorii sygnałów interferogram światła białego jest sygnałem wąskopasmowym, skupionym wokół częstotliwości określonej środkową długością fali źródła światła $\omega_0 = 4\pi / \lambda_0$.

Do analizy takich sygnałów można wykorzystać reprezentację w postaci [3]:

$$S_A(n) = A(n) \cdot \exp[j \cdot \Phi(n)], \quad (2)$$

która pozwala na rozszerzenie pojęć amplitudy $A(n)$ i fazy $\Phi(n)$ na sygnały nieharmoniczne.

Kluczem do syntezy sygnału analitycznego jest transformata Hilberta, która dla dowolnego sygnału rzeczywistego $s(n)$ umożliwia utworzenie części urojonej $s_Q(n)$:

$$S_A(n) = s(n) + j \cdot s_Q(n). \quad (3)$$

W praktyce wykonać transformatę Hilberta można tylko w przybliżeniu [3]. Na przykład w pakiecie MATLAB do utworzenia sygnału analitycznego służy funkcja *'hilbert'*, która realizuje następujące operacje: wyznaczenie FFT dla badanego sygnału, wyzerowanie widma w zakresie ujemnych częstotliwości i wykonanie odwrotnej FFT.

W niniejszym artykule zaprezentowano metody rekonstrukcji profilu powierzchni z interferogramu światła białego, bazujące na transformacie Hilberta.

4. Opis stosowanych metod rekonstrukcji profilu

Bazując na transformacie Hilberta można wyznaczyć część urojoną sygnału intensywności dla każdej jego n -tej próbki:

$$I_Q(n) = \mathbf{H}\{ I(n) \}, \quad (4)$$

a zatem wyliczyć obwiednię interferogramu. W praktyce część urojoną sygnału analitycznego określa się z ograniczoną dokładnością, co wpływa na dokładność wyznaczania obwiedni amplitudowej. Estymator obwiedni amplitudowej sygnału wyznacza się wg wzoru:

$$\tilde{E}(n) = \left[I^2(n) + I_Q^2(n) \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Dysponując estymatorem obwiedni można wyznaczyć profil powierzchni:

$$T_{rec}(n) = \frac{\lambda_0^2}{2 \cdot \Delta \lambda} \left\{ -\ln \left[\frac{\tilde{E}(n)}{I_M} \right] \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Kolejna metoda rekonstrukcji sprowadza się do wyeliminowania wpływu obwiedni w modelu (1) drogą normalizacji interferogramu

$$I_{Norm}(n) = \frac{I(n)}{\tilde{E}(n)} \approx \cos \left[\frac{4 \cdot \pi}{\lambda_0} T(n) \right], \quad (7)$$

co umożliwia wyznaczenie wartości wielkości T z argumentu funkcji cosinus:

$$T_{rec}(n) = \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi} \arccos[I_{Norm}(n)]. \quad (8)$$

Stosując transformatę Hilberta można również wyznaczyć estymator fazy:

$$\tilde{\Phi}(n) = \arctg \left[\frac{I_Q(n)}{I(n)} \right], \quad (9)$$

i obliczyć parametr

$$T_{rec}(n) = \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi} \cdot [\tilde{\Phi}(n)]. \quad (10)$$

5. Badanie dokładności metod rekonstrukcji profilu

Badania dokładności rekonstrukcji zostały przeprowadzone dla powierzchni kulistej, która stanowi model membrany czujnika w pomiarach ciśnienia. Najpierw na podstawie modelu (1) syntezyzowano interferogram, a później stosowano opisane metody do rekonstrukcji profilu. Źródłem błędów oprócz niedokładności transformaty Hilberta jest niestabilność częstotliwości nośnej interferogramu dla powierzchni nieliniowych.

Dokładność rekonstrukcji była oszacowana błędem średniokwadratowym:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^N [T_{rec}(n) - T(n)]^2}}{N \cdot \{\max [T(n)] - \min [T(n)]\}} \cdot 100\% , \quad (11)$$

gdzie $T_{rec}(n)$ i $T(n)$ – wysokość profilu rekonstruowanej i symulowanej powierzchni w n -tym punkcie; N – liczba próbek interferogramu w jednej linii.

W tabeli 1 podano maksymalne wartości błędu rekonstrukcji centralnej linii interferogramu powierzchni kulistej różnymi metodami.

Tabela 1. Błędy rekonstrukcji profilu powierzchni kulistej

Table 1. Reconstruction errors of spherical surface profile

Błąd rekonstrukcji profilu	Metoda rekonstrukcji powierzchni		
	Estymacja obwiedni	Normalizacja obwiedni	Estymacja fazy
σ , %	8,5	0,24	0,11

6. Wnioski

W pracy przedstawiono metody rekonstrukcji profilu powierzchni z interferogramu światła białego, bazujące na transformacie Hilberta. Błąd estymacji obwiedni interferogramu jest duży i bezpośrednio przekłada się na dokładność rekonstrukcji powierzchni metodą estymacji obwiedni. Większą dokładność zapewnia metoda normalizacji, która też wykorzystuje estymator obwiedni, ale jedynie w celu eliminacji wpływu obwiedni amplitudowej na wyznaczanie wartości wielkości T . Dodatkową poprawę dokładności zapewnia metoda estymacji fazy interferogramu. Jednak pozorna łatwość tej metody w praktyce stwarza pewne trudności obliczeniowe, spowodowane niejednoznacznością funkcji arcus tangens w parzystych i nieparzystych ćwiartkach oraz jej okresowością.

Literatura

- [1] Seiffert T.: Schnelle Signalvorverarbeitung in der Weißlichtinterferometrie durch nichtlineare Signalaufnahme, in *DGaO-Proceedings*, 2004.
- [2] Cincio, R., Kacalak, W., Łukianowicz, C.: System Talysurf CCI 6000 – methodic of analysis surface feature with using TalyMap Platinum. *PAK*, 2008, Nr 4, 187-191.
- [3] Smith S.W.: Digital signal processing. A practical guide for engineers and scientists, Esilver Science, (2003).

METHODS OF SURFACE RECONSTRUCTION FROM THE WHITE LIGHT INTERFEROGRAM BASED ON HILBERT TRANSFORM

Summary

The paper presents methods for nonlinear surface profile reconstruction from the white light interferogram based on Hilbert transform. The accuracy of these methods was analyzed on the example of a spherical surface reconstruction. The method investigation included surface and interferogram synthesis based on the mathematical model and estimation the profile reconstruction error. The method of estimating the instantaneous phase of the interferogram showed the greatest accuracy.

Keywords: white light interferogram, nonlinear surface profile, Hilbert transform, reconstruction error

DOI: 10.7862/re.2015.39

Tekst złożono w redakcji: październik 2015

Przyjęto do druku: grudzień 2015