Aleksander MAZURKOW[1]
Adam KALINA[2]

# MODELOWANIE TARCIA W FAZIE ROZRUCHU ŁOŻYSKA ŚLIGOWEGO

Zagwarantowanie prawidłowej pracy łożyska wymaga znajomości parametrów pracy zarówno dla fazy rozruchu, stanu ustalonego jak i wybiegu. W publikacji przedstawiono modele łożysk ślizgowych opisujące rozruch, gdy czop się nie obraca ($\omega_J = 0$). Modele te sformułowano wychodząc zarówno z teorii Hertza jak i teorii sprężystości. Obliczone parametry pracy z zastosowaniem teorii Hertza oraz modelu panewki nierozciętej znacznie się różnią. Dla stanu ustalonego, gdy $\omega_J = const$, warunki pracy wyznaczono z równań hydrodynamicznej teorii smarowania. Badania porównawcze wykazują, że przy większych obciążeniach o prawidłowej pracy łożyska mogą decydować naciski w strefie kontaktu czop–panewka a nie maksymalne ciśnienia, czy też maksymalne temperatury oleju.

**Słowa kluczowe:** łożyska ślizgowe, nośność filmu olejowego, mimośrodowość względna, rozkład naprężeń i odkształceń , czop, panewka

## 1. WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$a$ — długość promienia elipsy [m], $B$ — szerokość panewki, $C_R$ — luz promieniowy [m], $C_{URmax}$ — maksymalny luz promieniowy z uwzględnieniem odkształcenia [m], $E$ – moduł Younga [N/m$^2$], $E^{'}$ – zastępczy moduł Younga [N/m$^2$], $F$ — obciążenie [N], $g_B$ — grubość panewki, $h$ — wysokość filmu olejowego [m], $r$ — współrzędna promieniowa układu odniesienia [m], $p$ — ciśnienie w filmie olejowym [N/m$^2$], $R$ — promień [m], $R_{B1}$ — promień wewnętrzny panewki [m], $R_{B2}$ — promień zewnętrzny panewki [m], $T$ — temperatura [$^0$C], $U_r$ — odkształcenie w kierunku promieniowym [m], $U_{rr}$ — względne odkształcenie w kierunku promieniowym, $U_\varphi$ — odkształcenie w kierunku obwodowym [m], $U_{\varphi\varphi}$ — względne odkształcenie w kierunku obwodowym [m], $x$ — współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], $y$ — współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], $z$ — współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], $2\alpha$ — kąt kontaktu czopa i panewki, $\eta$ — lepkość dynamiczna oleju [Pa·s], $\nu$ — liczba

[1]Autor do korespondencji: Aleksander Mazurkow, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej, Aleja Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, tel.: 178651640, email: almaz@prz.edu.pl
[2]Adam Kalina, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej, Aleja Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, tel.: 177432398, email: akalina@prz.edu.pl

Poissona, $\sigma$ — naprężenia [N/m$^2$], $\sigma_{rr}$ — naprężenia w kierunku współrzędnej promieniowej [N/m$^2$]. Indeksy: $B$ — panewka stała, $H$ — model Hertza, $J$ — czop.

## 2. WPROWADZENIE

Zjawisko powstawania hydrodynamicznego filmu olejowego jako pierwsi opisali N.P. Pietrow [12], B. Towers [16], oraz O. Reynolds [14]. W dalszych latach istotny wpływ w rozwój hydrodynamicznej teorii smarowania wnieśli A. Sommerfeld [15], G. Vogelpohl [17], W. Kaniewski [4]. Aktualnie badania związane są określeniem właściwości hydrodynamicznego filmu olejowego uwzględniającego różne postacie geometryczne szczeliny smarowej [2, 5, 6, 10, 11]. Dla stanu, gdy czop obraca się z prędkością $\omega_J$ = const. powierzchnie czopa i panewki są oddzielone warstwą oleju ($h_{min} > h_{lim}$). Na prawidłową pracę łożyska wpływ ma położenie czopa względem panewki. W filmie olejowym ciśnienie w strefie roboczej osiąga wartość $p = p_{max}$, a temperatura $T = T_{max}$.

Badania są prowadzone także dla stanu, gdy czop się nie obraca $\omega_J = 0$. Zamodelowanie warunków pracy w tym przypadku jest złożonym problemem. Podczas rozruchu, gdy czop się nie obraca w strefie kontaktu z panewką występuje złożony stan naprężeń. Materiały konstrukcyjne czopa i panewki mają znacznie różniące się właściwości. Moduły sprężystości wzdłużnej stopów łożyskowych są znacznie mniejsze niż dla stopów stali ($E_B < E_J$), natomiast liczby Poissona dla stopów łożyskowych są większe niż dla stali ($\nu_B > \nu_J$). Do rozważań związanych z opisem zjawisk zachodzących w strefie kontaktu stosuje się metody polegające na przyjęciu założeń co do rozkładu naprężeń, czy też rozkładu odkształceń.

W publikacji przedstawiono modele teoretyczne stanu naprężeń i odkształceń panewki nierozciętej oraz model naprężeń i odkształceń Hertza. Uzyskane za pomocą obu modeli wartości maksymalne naprężeń oraz odkształceń porównano.

Zbudowano także charakterystykę na której pokazano jak wpływa obciążenie na parametry pracy łożyska w fazie rozruchu jak i w stanie ustalonym.

## 3. MODEL NAPRĘŻEŃ ORAZ ODKSZTAŁCEŃ HERTZA

W modelu Hertza (rys.1) w strefie kontaktu powierzchni czopa i panewki [3, 7, 8, 9, 18] zakłada się elipsoidalny rozkład naprężeń:

$$\sigma_H(x) = \frac{\sigma_{H\max}}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2}, \; gdzie \; -a \le x \le a \tag{1}$$

Dla przyjętego rozkładu naprężeń wartości maksymalne jak długość odcinka kontaktu ($2a$), maksymalne naprężenia ($\sigma_{max}$) i odkształcenia ($U_{max}$) wyznacza się z równania odkształceń:

$$\frac{E^{'}}{\pi}\cdot\iint_{S}\frac{\sigma_{H}(x)}{x}dS=U_{H}(x)+\rho_{z}\cdot x^{2} \tag{2}$$

gdzie:

- zastępczy moduł Younga wynosi:

$$E^{'}=\frac{1-\nu_{1}^{2}}{E_{1}}+\frac{1-\nu_{2}^{2}}{E_{2}} \tag{3}$$

- promień zastępczy wynosi:

$$\rho_{z}=\frac{1}{2}\cdot\frac{R_{B1}-R_{J}}{R_{B1}\cdot R_{J}} \tag{4}$$

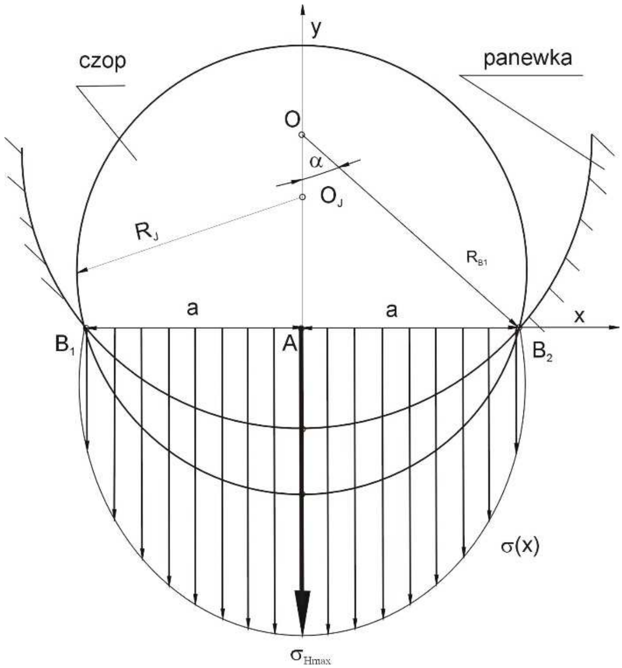
Przyjmując do obliczeń jako wielkość zadaną kąt kontaktu powierzchni czopa i panewki (2α) wartości wielkości opisujących parametry pracy łożyska podczas jego rozruchu będą wyrażane wzorami:

$$2a=2\cdot R_{B1}\cdot\sin\alpha \tag{5}$$

$$F^{'}=\frac{(R_{B1}-R_{J})\cdot R_{B1}\cdot\sin^{2}\alpha}{R_{J}\cdot E^{'}} \tag{6}$$

$$\sigma_{H\max}=F^{'}\cdot\frac{2}{\pi\cdot a}=\frac{F}{B}\cdot\frac{2}{\pi\cdot a} \tag{7}$$

$$U_{H\max}=E^{'}\cdot\frac{\sigma_{H\max}\cdot\pi\cdot a}{2} \tag{8}$$




Rys. 1. Geometria, rozkład odkształceń i naprężeń dla modelu Hertza

Dla tak przyjętego modelu obliczeniowego wielkości wynikowe ($F$, $\sigma_{Hmax}$, $U_{Hmax}$ ) są funkcją geometrii powierzchni kontaktu $\left(\rho_z, B\right)$ oraz właściwości materiałowych ($E'$).

## 4. MODEL NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCEŃ W STREFIE KONTAKTU CZOP PANEWKA NIEROZCIĘTA

Rozkład naprężeń w strefie kontaktu czop – panewka (rys.2) można wyznaczyć także z równań teorii sprężystości przyjmując założenia [7, 9]:

- powierzchnie czopa i panewki są idealnie gładkie i kołowo - cylindryczne,
- czop łożyskowy będzie nieodkształcalny, odkształceniom podlegać będzie panewka,
- odkształcenia panewki będą rozpatrywane w zakresie sprężystym,
- deformacje względne w kierunku zmiennej ($r$) opisano (rys.2) zależnością:

$$U_{rr}(\varphi) = \frac{U_r(\varphi)}{R_{B2} - R_{B1}} = \frac{U_r(\varphi)}{g_B} \tag{9}$$

Dla przyjętych założeń otrzymuje się zależności pozwalające na wyznaczenie grubości, rozkładów naprężeń oraz odkształceń panewki. Wielkości te wynoszą:

$$\sigma_{rr}(\varphi) = \frac{E}{(1+\nu)\cdot(1-2\cdot\nu)} \cdot \left[(1-\nu)\cdot U_{rr}(\varphi) + \nu \cdot U_{\varphi\varphi}(\varphi)\right] \quad \text{dla } |\varphi| \le \alpha \tag{10}$$

$$\sigma_{rr}(\varphi) = 0 \qquad \text{dla } |\varphi| \ge \alpha$$

$$\sigma_{rr}(\varphi = 0) = \sigma_{rr\max} \tag{11}$$

gdzie:

$$-U_r(\varphi) = -U_{rr}(\varphi)\cdot g_B = \begin{cases} -\dfrac{C_{ur\max}\cdot\cos\varphi - C_R}{g_B} & dla\ |\varphi| \le \alpha \\ -\dfrac{C_{ur\max}\cdot\cos\alpha - C_R}{g_B} & dla\ |\varphi| \ge \alpha \end{cases} \tag{12}$$

$$C_{ur\max} = \frac{C_R}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{\left(\dfrac{\nu}{1-\nu}\right)^2 \dfrac{tg\alpha - \alpha}{\pi} + 1} \tag{13}$$

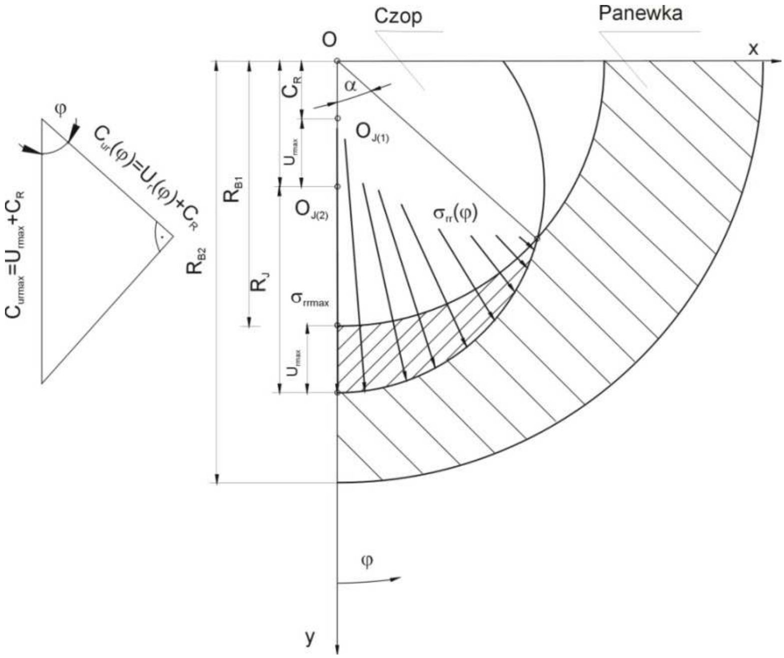
$$U_{\varphi\varphi}(\varphi) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1-\nu)\cdot\nu\cdot g_B}\cdot\left[C_{ur\,max}\cdot\left(\nu^2\cdot cos\,\varphi + cos\,\alpha\cdot(1-2\nu)\right) - C_R\cdot(1- \right. \\ \dfrac{(1-\nu)}{\nu\cdot g_B}\cdot(C_{ur\,max}\cdot cos\,\varphi\ - C_R)\ dla\ |\varphi| \ge \alpha \end{cases} \tag{14}$$

$$U_{r\max} = C_{ur\max} - C_R \tag{15}$$

$$g_B = R_{B2} - R_{B1} \tag{16}$$

$$C_R = R_{B1} - R_J \tag{17}$$

$$F = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-B/2}^{B/2} \sigma_{rr}(\varphi) d\varphi \tag{18}$$




Rys. 2. Stan odkształceń i naprężeń panewki poprzecznego łożyska ślizgowego

Jak wynika z równań (9 - 18) naprężenia promieniowe ( $\sigma_{rr}(\varphi)$ ) są funkcją stałych materiałowych (*E, ν)* oraz odkształceń promieniowych i obwodowych ($U_{rr}$, $U_{\varphi\varphi}$). Odkształcenia ($U_{rr}$, $U_{\varphi\varphi}$) są funkcją luzu promieniowego ($C_R$), kąta kontaktu ($\alpha$) i liczby Poissona ($\nu$). Podobnie przyjmując założenie modelowe, że panewka jest nieodkształcalna a odkształca się tylko czop można wyznaczyć naprężenia i odkształcenia czopa. W tym przypadku wartości długości odcinka kontaktu (2*a*), maksymalnych naprężeń ( $\sigma_{rr\max J}, \sigma_{rr\max B}$ ) i odkształceń ( $U_{r\max J}, U_{r\max B}$ ) czopa i panewki w strefie kontaktu dla materiałów o różnych właściwościach materiałowych (*E*, $\nu$) przyjmą wartości: $a_J \neq a_B, \sigma_{\max J} \neq \sigma_{\max B}, U_{\max J} \neq U_{\max B}$ .

## 5. PRACA ŁOŻYSKA W WARUNKACH TARCIA PŁYNNEGO

Właściwości poprzecznych łożysk ślizgowych (rys. 3) w warunkach tarcia płynnego, w stanie ustalonym ($\omega_J$ = *const*) można opisać równaniami [1, 4, 5, 6, 7]:

- kształtu szczeliny smarowej:

$$h = 0{,}5 \cdot D \cdot \psi_{eff} \cdot [1 + \varepsilon \cdot \cos(\varphi - \beta)], \quad gdzie\ \psi_{eff} = \frac{C_{eff}}{D} \tag{19}$$

- rozkładu ciśnienia w szczelinie smarowej:

$$\frac{4}{D^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6 \cdot \eta \cdot \omega_J \cdot \frac{\partial h}{\partial\varphi} \tag{20}$$

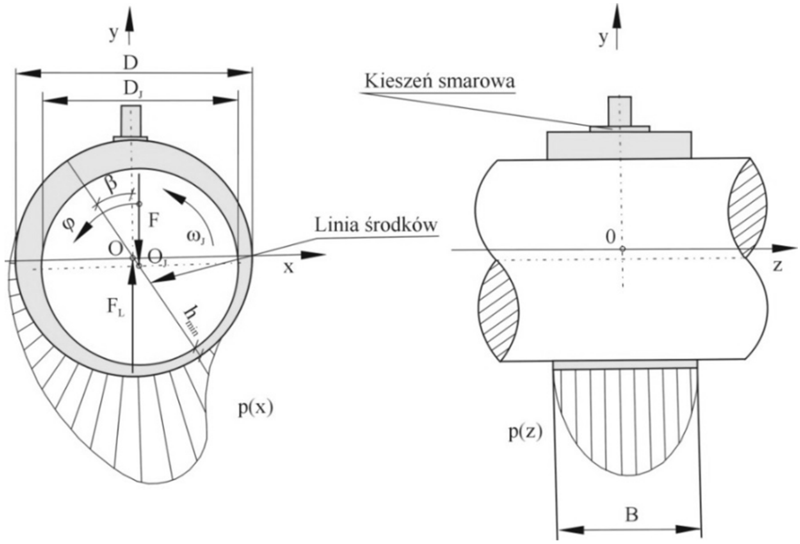
- rozkładu temperatury w szczelinie smarowej:

$$\frac{\tilde{\upsilon}_x}{R_J} \cdot \frac{\partial T}{\partial\varphi} + \tilde{\upsilon}_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\eta}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{1}{h} \cdot \int_0^h \left[\left[\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right]^2\right] dy \tag{21}$$

- Składowych prędkości przepływu w kierunku osi (x) i (z) są opisane zależnościami:

$$\tilde{\upsilon}_x = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h \left[\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x} y(y-h) + \frac{\omega_J \cdot R}{h} y\right] dy,$$
$$\tilde{\upsilon}_z = \frac{1}{h} \int_0^h \left[\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial z} y(y-h)\right] dy, \tag{22}$$

- lepkości oleju w funkcji temperatury: $\eta = \eta(T)$




Rys. 3. Geometria oraz rozkład ciśnienia w poprzecznym łożysku ślizgowym zasilanym świeżym olejem z kieszeni smarowej

Rozwiązanie układu równań (18-21) pozwala na wyznaczenie wielkości pozwalających na zbudowanie charakterystyk statycznych i dynamicznych poprzecznego łożyska ślizgowego [1, 5, 6]. Zbiór parametrów określających właściwości łożyska stanowią wielkości:

- mimośrodowość względna

$$\varepsilon = \frac{e}{C_{Ref}} \tag{23}$$

gdzie: $e = \overline{OO_j}$ — mimośrodowość, $C_{Ref} = (R_{B1} - R_J)_{eff}$ — efektywny luz promieniowy, $\beta$ — kąt położenia linii środków,

- liczba Sommerfelda:

$$S_0 = \frac{F \cdot \psi_{ef}^2}{B \cdot D_{B1} \cdot \eta_{ef} \cdot \omega_J} \tag{24}$$

- maksymalne ciśnienie filmu olejowego:

$$p_{\max} = p_{\max}(x, y, z), \tag{25}$$

- maksymalna temperaturę filmu olejowego:

$$T_{\max} = T_{\max}(x, y, z), \tag{26}$$

- minimalna wysokość filmu olejowego:

$$h_{\min} = h_{\min}(x, y, z), \tag{27}$$

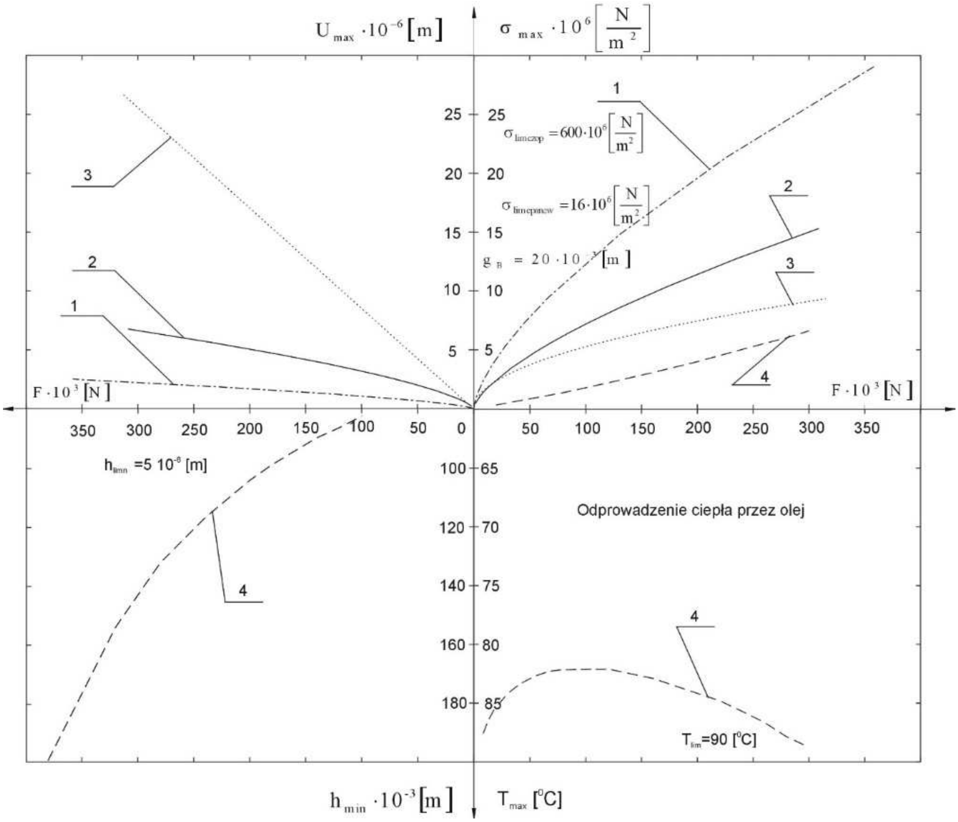
## 6. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Badania zostały przeprowadzone w stanie spoczynku dla modeli Hertza oraz przypadków, gdy odkształca się panewka lub czop łożyskowy. Geometrię powierzchni przedstawiono w tabl. 1. Natomiast praca łożyska w warunkach tarcia płynnego została rozpatrzona dla prędkości $\omega_J = 78{,}54$ *[1/s]* ($n_J = 750$ *[obr/min]*), olej VG150.

Tabela. 1. Przykład obliczeniowy

| **Wielkość** | **Rodzaj przyjętego do obliczeń modelu** | |
|---|---|---|
| | **Model Hertza** | **Modele w których odkształca się panewka lub czop** |
| $R_J$ – Średnica czopa [m] | $209{,}745 \cdot 10^{-3}$ | $209{,}745 \cdot 10^{-3}$ |
| $R_{B1}$ – Średnica wewnętrzna panewki [m] | $210{,}00 \cdot 10^{-3}$ | $210{,}00 \cdot 10^{-3}$ |
| $R_{B2}$ – Średnica zewnętrzna panewki [m] | - | $230{,}00 \cdot 10^{-3}$ |
| $B$ – Szerokość panewki [m] | $315{,}00 \cdot 10^{-3}$ | $315{,}00 \cdot 10^{-3}$ |
| $E_J$ – Moduł Yunga materiału czopa [Pa] | $2{,}1 \cdot 10^{11}$ | $2{,}1 \cdot 10^{11}$ |
| $EB$ – Moduł Younga materiału panewki [Pa] | $0{,}38 \cdot 10^{11}$ | $0{,}38 \cdot 10^{11}$ |
| $\nu_J$ – Liczba Poissona materiału czopa | 0,3 | 0,3 |
| $\nu_B$ – Liczba Poissona materiału panewki | 0,38 | 0,38 |
| $2\alpha$ – kąt kontaktu czopa i panewki [rad] | 0,04- 0,33 | 0,01- 0,23 |

Zbudowano charakterystykę statyczną opisaną przez funkcje: $U_{max}(F)$, $\sigma_{max}(F)$, $p_{max}(F)$ $h_{min}(F)$, $T_{max}(F)$. Funkcje te w formie graficznej przedstawiono na rys. 4.




Rys. 4. Charakterystyka dynamiczna poprzecznego łożyska ślizgowego. Wielkości na rysunku odnoszą się do: 1 – czopa, 2 – panewki nierozciętej, 3 – modelu Hertza, 4 – filmu olejowego hydrodynamicznego

## *7.* ANALIZA PORÓWNAWCZA WYNIKÓW BADAŃ

Analizując przebiegi funkcji przedstawionych na rys. 4 można sformułować wnioski:

- minimalna wysokość filmu olejowego dla $\omega_J = 78{,}54\ [1/s]$ maleje wraz ze wzrostem obciążenia. Dla obciążenia $F = 300\ [kN]$ minimalna wysokość wynosi $h_{min} = 82\ [\mu m]$,
- maksymalna temperatura filmu olejowego dla $\omega_J = 78{,}54\ [1/s]$ rośnie wraz z obciążeniem łożyska. Dla obciążenia $F = 300\ [kN]$ maksymalna temperatura wynosi $T_{max} = 89\ [^0C]$,
- wartości maksymalnych nacisków podczas rozruchu ($\omega_J = 0$) i maksymalnego ciśnienia w filmie olejowym ($\omega_J = 78{,}54\ [1/s]$) rosną wraz z obciążeniem. Obliczone wartości dla obciążenia $F = 300\ [kN]$ wynoszą:

| **Model tarcia płynnego** | **Model Hertza** | **Model odkształcalnej panewki nierozciętej** | **Model odkształcalnego czopa łożyskowego** |
|---|---|---|---|
| $p_{max} = 6,5\ MPa$ | $\sigma_{Hmax} = 9,0\ MPa$ | $\sigma_{Brrmax} = 15\ MPa$ | $\sigma_{Jrrmax} = 25,5\ MPa$ |
| - | $2a = 133,1\ mm$ | $2a = 95,0\ mm$ | $2a = 55,0\ mm$ |

Przyjęcie do obliczeń modelu Hertza skutkuje znacznie niższymi wartościami maksymalnych naprężeń w stosunku do modelu odkształcalnej nierozciętej panewki oraz modelu czopa odkształcalnego, wartości maksymalnych odkształceń są funkcjami rosnącymi. W przypadku modelu Hertza oblicza się sumę odkształceń panewki i czopa łożyskowego. Natomiast za pomocą modeli odkształcalnej panewki, czy też odkształcalnego czopa wyznacza się odkształcenia tylko czopa lub panewki. Obliczone wartości maksymalnych odkształceń dla obciążenia $F = 300\ [kN]$ wynoszą:

| **Model tarcia płynnego** $\omega_J = 78,54\ [1/s]$ | **Model Hertza** $\omega_J = 0$ | **Model odkształcalnej panewki nierozciętej** $\omega_J = 0$ | **Model odkształcalnego czopa łożyskowego** $\omega_J = 0$ |
|---|---|---|---|
| $h_{min} = 82,3\ \mu m$ | $U_{Hmax} = 25,5\ \mu m$ | $U_{Brmax} = 6,5\ \mu m$ | $U_{Jrmax} = 2,0\ \mu m$ |

Suma odkształceń czopa i panewki obliczona ze wzorów Hertza jest większa od sumy odkształceń obliczonych dla modelu panewki nierozciętej.

## 8. PODSUMOWANIE

Zagwarantowanie prawidłowej pracy łożyska wymaga znajomości parametrów pracy zarówno dla fazy rozruchu, stanu ustalonego jak i wybiegu. W pracy przedstawiono modele łożysk ślizgowych, które sformułowano wychodząc zarówno z teorii sprężystości jak i hydrodynamicznej teorii smarowania. Modele te pozwalają na obliczenie parametrów pracy w początkowej fazie rozruchu oraz stanie równowagi statycznej.

Dla łożyska ślizgowego o średnicy wewnętrznej panewki $D = 0,42\ m$, obciążenia $F = 300\ kN$, prędkości kątowej $\omega_J = 78,54\ 1/s$ warunki zachowania tarcia płynnego zostały spełnione.

Do badań przyjęto materiały konstrukcyjne czopa i panewki łożyskowej o znacznie różniących się właściwościach:

- stal dla czopa łożyskowego $E_J = 2,1 \cdot 10^{11}\ Pa,\ \nu = 0,3$,
- stop łożyskowy dla panewki łożyskowej $E_J = 0,38 \cdot 10^{11}\ Pa,\ \nu = 0,38$.

Dla przyjętych modeli obliczeniowych Hertza oraz panewki rozciętej otrzymano znacznie różniące się wartości maksymalnych odkształceń oraz naprężeń. Modele te opisują proces rozruchu łożyska, w którym o prawidłowej pracy decydują dopuszczalne wartości nacisków oraz odkształceń. Stwierdzenie, który model dokładniej odzwierciedla rzeczywiste warunki pracy węzła łożyskowego podczas rozruchu wymaga dodatkowo przeprowadzenia badań eksperymentalnych. Wyniki zostaną przedstawione w kolejnym artykule po przeprowadzeniu badań.

## LITERATURA

[1] DIN 31652, Teil 1, 2, 3: Hydrodynamische Radial – Gleitlager im stationärem Betrieb.

[2] DIN 31653, Teil 1, 2, 3: Hydrodynamische Axial – Gleitlager im stationärem Betrieb.

[3] Huber M.T.: *Teoria sprężystości*. PWN, Warszawa 1954.

[4] Kaniewski W.: *Warunki brzegowe diatermicznego filmu smarnego*. Zeszyty naukowe Politechniki Łódzkiej. Zeszyt specjalny, z.14, 1997.

[5] Kiciński J.: *Dynamika wirników i łożysk ślizgowych*. Instytut Maszyn Przepływowych im. R. Szewalskiego PAN, tom 28. Gdańsk 2005.

[6] Mazurkow A.: *Właściwości statyczne i dynamiczne, metoda projektowania łożysk ślizgowych z panewką pływającą*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2009.

[7] Mazurkow A.: *Łożyskowanie ślizgowe, podstawy teoretyczne, właściwości, uszkodzenia*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2013. ISBN 978-83-7199-6.

[8] Mazurkow A.: *Wybrane zagadnienia z teorii smarowania łożysk ślizgowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2015 r.

[9] Paluch M.: Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami. Politechnika Krakowska, Kraków 2006.

[10] Parszewski Z.: *Drgania i dynamika Maszyn*. WNT, Warszawa 1982.

[11] Pietrow N.P.: Inżynieryjny żurnal, 1883: także Izbranyje Truda pod red. Lejbenzona L.S., ANSSSR, 1948.

[12] Remizow D.: *Plastmasowyje podszipnikowyje uzly.* Izdatielstwo pricharkowskom gosudarstwiennom uniwersitetie, Charkow, 1982.

[13] Reynolds O.: *On the efficiency of belts or straps as communicators of work*. Engineer No. 27, 1874.

[14] Sommerfeld A.: *Zur hydrodynamischer Theorie der Schmiermittelreibung*. Z. angew. Math. Phys, 50, 97-155, 1904.

[15] Towers B. Proc. Instn. Mech. Engrs. 58, 1885.

[16] Vogelpohl G.: „Betriebssichere Gleitlager Berechnungs- verfahren für Konstruktion und Betrieb” Verlag Berlin / Heidelberg/ New York, 1967.

[17] Zakrzewski M., Zawadzki J., *Wytrzymałość materiałów*. PWN, Warszawa 1983 r.

DOI: 10.7862/rf.2021.pfe.3

Received: 15.06.2021
Accepted: 28.11.2021